CHAPITRE 9: RENTABILITÉ ET RISQUE DES ACTIFS

INTRODUCTION

La rentabilité et le risque sont des facteurs essentiels dans les processus de décision d'un investissement

La rentabilité est fonction du risque

SECTION 1: L'ESTIMATION DE LA RENTABILITÉ

Estimation du taux de rentabilité

La rentabilité tirée d'un investissement correspond à la variation relative de la richesse entre deux dates

Cette variation de richesse a deux origines

- La rémunération
- La plus ou moins value (différentiel de cours observé)

Les ajustements du taux de rentabilité

Le taux de rentabilité en temps discret

$$R = \frac{p_t - p_{(t-1)} + Dt}{P_{(t-1)}}$$

$P_{(t-1)}$ = prix en $t-1$

Dt = dividende à la date T

Il existe le temps continu aussi dans ce cas on étudie la rentabilité sur une durée infinitésimale.

Taux de rentabilité en temps continu :

$$R = \ln\left(\frac{p_t + Dt}{P_{(t-1)}}\right)$$

Il peut s'avérer nécessaire de corriger les cours et les montants de dividendes qui sont les éléments déterminant le taux de rentabilité

- La réinvestissement du dividende
- Une opération sur titre

En général on corrige les cours antérieurs en les multipliant par un coefficient correcteur :

$$\text{Coefficient correcteur} = \frac{\text{Cours théorique après opération}}{\text{cours avant opération}}$$

Opération sur capital

Une augmentation de capital, une réduction du nominal (split), une attribution d'action gratuite

Il convient donc de réajuster les cours afin de calculer **le taux de rentabilité**

$$R = \frac{Q_2 * P_t}{Q_1 * P(t-1)} - 1$$

Réinvestissement du dividende

La formule discrète considère la distribution d'un dividende en fin de période → biais

$$R = \frac{P_{xd} + D_1}{P(t-1)} + \frac{p_t}{P_{xd}} - 1$$

P_{xd} = prix après le versement du dividende

Exemple

- La société ELS cotait le 1^{er} janvier 2005 100€
- Au 31 janvier son cours s'élevait à 102 €

La société a distribué un dividende brut le 15 janvier s'élevant à 2 euros alors que son cours ex dividende était de 101 euros

$$((102 + 2)/100) - 1 = 4\% \text{ avec le dividende } \frac{101 + 2}{100} * \frac{102}{101} - 1 = 4,019\%$$

Estimation de la rentabilité des taux de rentabilité

L'agrégation des taux de rentabilité peut recourir à

- Une moyenne géométrique
- La moyenne arithmétique

Période	Cours	Rentabilité discrète	Rentabilité continue
0	50		
1	55	10%	9,5%
2	60,5	10%	9,5%
3	48,4	- 20%	-22,3%

- Moyenne arithmétique

$$Ra = \frac{\sum_{t=1}^T R_t}{T}$$

$$Ra = \frac{10\% + 10\% - 20\%}{3} = 0\%$$

La moyenne arithmétique des taux de rentabilité élémentaire n'a de réel sens que si les taux de rentabilité retenus sont des taux composés en continu

Moyenne géométrique

$$P_1 = P_0 \times (1 + R_1^d) \quad P_2 = P_1 \times (1 + R_2^d) \quad P_3 = P_2 \times (1 + R_3^d)$$

$$(1 + R_g)^3 = (1 + R_1^d) \times (1 + R_2^d) \times (1 + R_3^d)$$

$$(1 + R_g)^t = \frac{P_t}{P_0}$$

L'espérance de rentabilité

L'investisseur se décide à investir en fonction de l'espoir d'obtenir dans le futur un montant préféré à la valeur de son investissement initial

L'espérance de rentabilité correspond à la somme des N rentabilités pondérées par leurs probabilités de réalisation

Scénario	Probabilité	Rentabilité	Pr*R
1	10%	-11%	-1,1%
2	20%	-2%	-0,4%
3	30%	1%	0,3%
4	25%	5%	1,3%
5	15%	8%	1,2%
Somme	100%		1,3%

Remarque l'espérance mathématique n'est pas une anticipation

Exemple jeu de Pile ou Face L'espérance est égale à 0,5

Résultat possible est 0 ou 1

La rentabilité d'un portefeuille

La rentabilité d'un portefeuille correspond à la moyenne pondérée des rentabilités des différents titres composant le portefeuille.

EXEMPLE

Construction de deux portefeuilles composés de 5 actions dans les proportions différentes

Date	Burlat	Camus	Griotte	Regina	Summit
------	--------	-------	---------	--------	--------

TO	23	42	75	97	120
T1	27	38	74	102	114
Rentabilité	17,39%	-9,52%	-1,33%	5,15%	-5%

Suite exemple composition portefeuille

	Titres	Burlat	Camus	Griotte	Regina	Summit
	Nombre	120	90	60	40	50
A	Valeur	2760	3780	4500	3880	6 000
	Poids	13,19%	18,07%	21,51%	18,55%	28,68%
	Nombre	90	60	50	100	25
B	Valeur	2070	2520	3750	9700	3 000
	Poids	9,84%	11,98%	17,82%	46,10%	14,26%

Suite

	Burlat	Camus	Griotte	Regina	Summit	
A	2,29%	-1,72%	-0,29%	0,96%	-1,43%	-0,19%
B	1,71%	-1,14%	-0,24%	2,38%	-0,71%	2%

SECTION 2: L'ESTIMATION DU RISQUES

Le risque traduit la probabilité que le taux de rentabilité espéré ne se réalise pas

Il est estimé à partir de l'écart type des rentabilités

Le risque ex post

La volatilité correspond à l'écart type annualisé

Pour obtenir la volatilité annuelle à partir d'un écart-type journalier, nous multiplierons l'écart type par $\sqrt{250}$ Car on estime qu'il y a 250 séances de bourse dans l'année.

Le risque ex ante

On fait intervenir l'espérance mathématique des rentabilités en lieu et place des rentabilités historiques (voir livre pour la formule)

La distribution normale

Si la distribution des taux de rentabilité est normale, l'espérance et la variance synthétisent parfaitement toute la distribution

SI R= 5% et écart type = 20%

- 66% des rentabilités sont comprises entre -15% et 25% (plus ou moins l'écart type)
- 95% des rentabilités sont comprises entre -35% et 45% (2fois l'écart type)

Le risque d'un portefeuille

Les risques d'un portefeuille ne correspondent pas à la seule agrégation des risques individuels

Introduction de la notion de covariance et de corrélation afin de prendre en compte la covariance des titres.

$$COV_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (R_{ij} - \bar{R}_i) * (R_{ij} - \bar{R}_j)$$

Afin d'analyser l'intensité de la relation on estime le coefficient de corrélation

$$P_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

Si $p > 0$ alors les titres sont positivement corrélés.

Si $p < 0$ alors les titres sont négativement corrélés

Si $p = 0$ les titres sont indépendants.

Les risques d'un portefeuille composé de deux titres sera le suivant :

$$\sigma_p^2 = q_i^2 \sigma_i^2 + q_j^2 \sigma_j^2 + 2q_i q_j \sigma_{ij}$$

$$\sigma_p^2 = \text{somme } (q_i q_j \sigma_{ij})$$

Exemple

	Cléry	Tagada	MARA
Rentabilité	8%	15%	-5%
Ecart type	12%	20%	14%
Composition	40%	40%	20%

Matrice de variance covariance

	Cléry	Tagada	Mara
Cléry	1,44%	1,2%	1%
Tagada	1,2%	4%	0,8%
Mara	1%	0,8%	1,96%

On multiplie cette matrice de variance covariance par le poids de la composition

Matrice de la variance covariance pondérée

	Cléry	Tagada	Mara
Cléry	0,2304%	0,1920%	0,08%
Tagada	0,1920%	0,6400%	0,064%
Mara	0,08% =(1%*40%*20%)	0,064%	0,0784%

La variance du portefeuille est égale à la somme des cellules de la matrice de variance covariance pondérée

Exemple : 1,621%

CHAPITRE 10: LES BIENFAIT DE LA

DIVERSIFICATION

INTRODUCTION

La rentabilité et le risque sont des facteurs essentiels dans les processus de décision de portefeuille

SECTION 1 DIVERSIFICATION ET CORRÉLATION

La diversification consiste à répartir son investissement sur plusieurs titres de manière à en réduire le risque

études l'incidence du coefficient de corrélation sur un portefeuille composé des titres A et B

	Titre A	Titre B
Rentabilité	12%	12%
Ecart type	6%	6%

- Cas 1 : PAB = 1
 $\sigma_p^2 = 0,5^2 * 0,06^2 + 0,5^2 * 0,06^2 + 2*0,5 * 0,5 * 0,06 * 0,06 = 0,0036$
- Cas 2 PAB = -1
 $\sigma_p^2 = 0,5^2 * 0,06^2 + 0,5^2 * 0,06^2 - 2 * 0,5 * 0,5 * 0,06 * 0,06 = 0$
- Cas 3 PAB = 0
 $\sigma_p^2 = 0,5^2 * 0,06^2 + 0,5^2 * 0,06^2 = 0,0018$