

Exercice 1 :

- a) Résoudre l'équation de récurrence suivante : $U_n = 4U_{n-1} - 13U_{n-2} + 10$ sachant que $U_0 = 5$ et $U_1 = 9$.
b) L'équilibre est-il stable ?
c) Quelle est la nature du mouvement ?

Exercice 2 :

Résolvez le système d'équations de récurrence suivant par la méthode de diagonalisation.

$$\begin{pmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix}.$$

Exercice 3 :

Résolvez les équations de récurrence suivantes :

- a) $3U_{n+2} - 3U_{n+1} + U_n = 0$ sachant que $U_0 = 1$ et $U_1 = 0$.
b) $3U_{n+2} - 3U_{n+1} + U_n = 1$ sachant que $U_0 = 1$ et $U_1 = 0$.
c) $9U_{n+2} + 6U_{n+1} + U_n = (-1/3)^n$ sachant que $U_1 = 3$ et $U_2 = 1$.
d) $9U_{n+2} - 3n = 9U_{n+1} - 3U_n + 6$ sachant que $U_0 = 1$ et $U_1 = 0$.
e) $U_{n+2} - 3U_{n+1} + 2U_n = n$
f) $2U_{n+2} - 3U_{n+1} + U_n = 1 + 2^n$

Exercice 4 :

Soit la suite T_n définie par la relation de récurrence suivante :

$$T_0 = 2e \quad T_1 = 2e^2 \quad \text{et} \quad T_{n+2} = 2^7 \cdot (T_{n+1})^{-2} \cdot (T_n)^{-4}$$

- a) En posant $U_n = Ln(T_n)$, montrez que la suite U_n est définie par une relation de récurrence linéaire.
b) Trouvez l'expression du terme général de la suite U_n .
c) En déduisez l'expression du terme général de la suite T_n .
d) A titre de vérification, calculez T_2 de deux manières différentes.

Exercice 5 :

Soit le système suivant :
$$\begin{cases} X_n = \frac{1}{2}X_{n-1} + \frac{1}{4}Y_{n-1} + 2 \\ Y_n = 2X_{n-1} + 2Y_{n-1} - 4 \end{cases}$$

- a) Quel est l'équilibre de ce système.
b) Construisez le diagramme de phase.

Exercice 6 :

Supposons que les équations du modèle soient les suivantes :
$$\begin{cases} Y_n = C_n + I_n + G \\ C_n = cY_{n-1} \\ I_n = \beta(C_n - C_{n-1}) \end{cases}$$

où Y_n, C_n et I_n représentent respectivement le revenu national, la consommation et l'investissement à la période n .

De plus c, β et G sont des constantes réelles positives.

- D'un point de vue économique, que représentent c et β ?
- Ecrivez l'équation de récurrence vérifiée par le revenu national.
- Donnez la solution générale de l'équation homogène associée.
- Donnez la solution d'équilibre.
- Discutez de l'évolution de Y_n suivant les valeurs des coefficients c et β .