UNIVERSITE PARIS 1 - UFR de GESTION
Thème 6
Les suites
Licence 2ème année

Exercice 1 :

Etudiez les suite u_n suivantes définies par les relations de récurrence :

a) $u_{n+1} = (u_n + 6)^{1/3}$ sachant que $u_0 = 3$

b) $u_{n+1} = \ln(1 + u_n)$ sachant que u_0 est un réel positif quelconque.

Exercice 2 :

Nous souhaitons étudier le prix du café qui résulte de la confrontation de l'offre et de la demande. On admet que les producteurs déterminent la quantité produite de la manière suivante : $S_{t+1} = P_t - 3$. La demande est donnée par la fonction $D_t = 15 - 1,5P_t$.

On suppose que le prix d'équilibre est tel que l'offre égalise la demande. Etudiez la stabilité du prix.

Exercice 3 :

On considère la suite récurrente d'ordre 1 définie par :

$u_{n+1} = \frac{u_n^2 - u_n + 1}{u_n}$ sachant que $u_0 = a$

a) Montrer que u_n est définie pour tout $a \in R^*$

b) Montrer par récurrence que si $a < 0$ alors $u_n < -n$ pour tout $n \in N$. Que peut on en déduire pour u_n lorsque $a < 0$?

c) Dresser le tableau de variation de la fonction $f(x) = x - 1 + 1/x$ et construire le graphe de f sur R_+^*.

d) Etudier alors la convergence de la suite u_n lorsque $a > 1$. Montrer que $e = 1$ est le seul équilibre de ce système.

e) Etudier la stabilité locale de e

f) Montrer graphiquement que u_n converge vers 1 lorsque $0 < a < 1$.

g) Déterminer l'ensemble de stabilité de e.